

מחזוריות

הגדרה: "רשת זרימה" היא גרף $G = (V, E)$ -

שבו $s \in V$ נקראת "מקור" (Source) ו- $t \in V$ נקראת "מטרה" (Sink).

על כל קצה $e \in E$ מוגדרת פונקציה $C: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ שנקראת "קיבולת" (Capacity).

על כל קצה $e \in E$ מוגדרת פונקציה $f: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ שנקראת "זרימה" (Flow).

הזרימה f חייבת להיות "מאוזנת" (Consistent) ו"לא שלילית" (Non-negative).

$$f: E \rightarrow \mathbb{R}^+$$

הזרימה f חייבת להיות "מאוזנת" (Consistent) ו"לא שלילית" (Non-negative).

$$\forall e \in E \quad 0 \leq f(e) \leq C(e)$$

1. "לא שלילית" (Non-negative)
2. "מאוזנת" (Consistent)

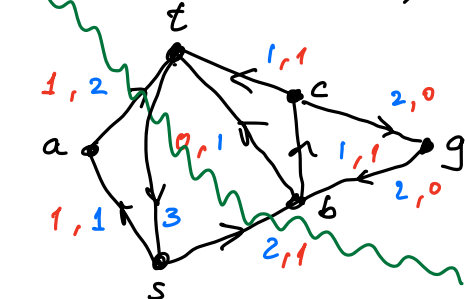
$$\forall v \notin \{s, t\}$$

$$\sum_{e=(u,v)} f(e) = \sum_{e=(v,w)} f(e)$$

הזרימה f היא "מאוזנת" (Consistent) ו"לא שלילית" (Non-negative).

$$f \equiv 0$$

הזרימה f היא "מאוזנת" (Consistent) ו"לא שלילית" (Non-negative).



C
 f

הזרימה f היא "מאוזנת" (Consistent) ו"לא שלילית" (Non-negative).

הזרימה f היא "מאוזנת" (Consistent) ו"לא שלילית" (Non-negative).

$$f(s) = \sum_{x \in V} f(s, x) - \sum_y f(y, s)$$

⊗ את מניחים שאין עליו קשר בין s ל- t .

$$f(s) = 2$$

1 קצוות

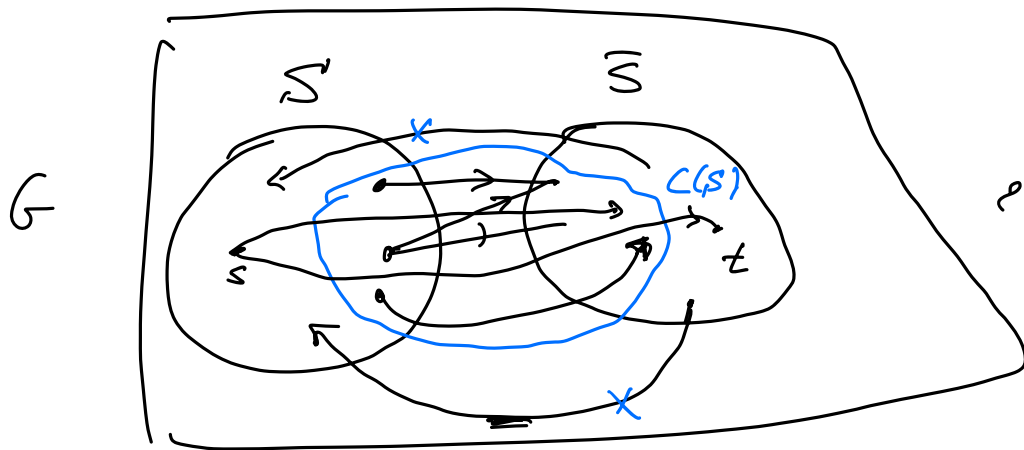
הערה 3: ציינו (המכונים).

הצורה ציינו המכונים: נתונה רשת סיימו $s-t$
 האזנים למכונה ציינו חוקי f שליליות $f(s)$
 אגודת כדור הארץ.

הערה 4: נתון $s-t$ מרחבי $\vec{e}$ קבוצה S במחשבים

$$s \in S \subseteq V - \{t\}$$

$$C(S) = \{(u, v) \mid u \in S, v \notin S\}$$



לדוגמה:

לדוגמה קבוצה $(S; \bar{S})$

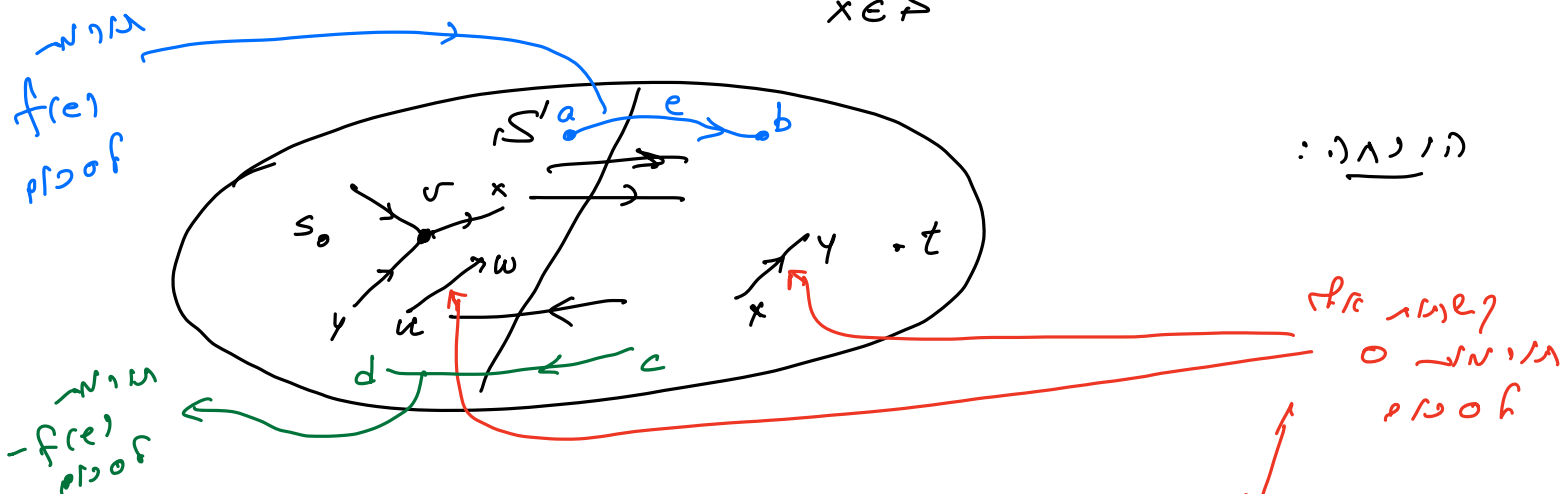
הקצוות $C(S)$ וקבוצה $C(S)$ החוק של המכונה

$$C(S) = \sum_{e=(u,v) \in C(S)} c(e)$$

הערה 5: נתון מרחבי $s-t$ עם חוק קצוות כדור הארץ.

s - t flow in G $f: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ assignment of flow $(S; \bar{S})$

$$f(S) = \sum_{e=(u,v) \in C(S)} f(u,v) - \sum_{\substack{y \in \bar{S} \\ x \in S}} f(y,x)$$



$$f(S) = \sum_{x \in V} f(s,x) - \sum_{y \in V} f(y,s) = \sum_{v \in S} \left[\sum_{x \in V} f(v,x) - \sum_{y \in V} f(y,v) \right]$$

$$= \sum_{\substack{e=(u,v) \in C(S) \\ \wedge}} f(u,v) - \sum_{\substack{x \in S \\ y \notin S}} f(y,x)$$

$$\leq C(S) - \sum_{\substack{x \in S \\ y \notin S}} f(y,x) \leq C(S)$$

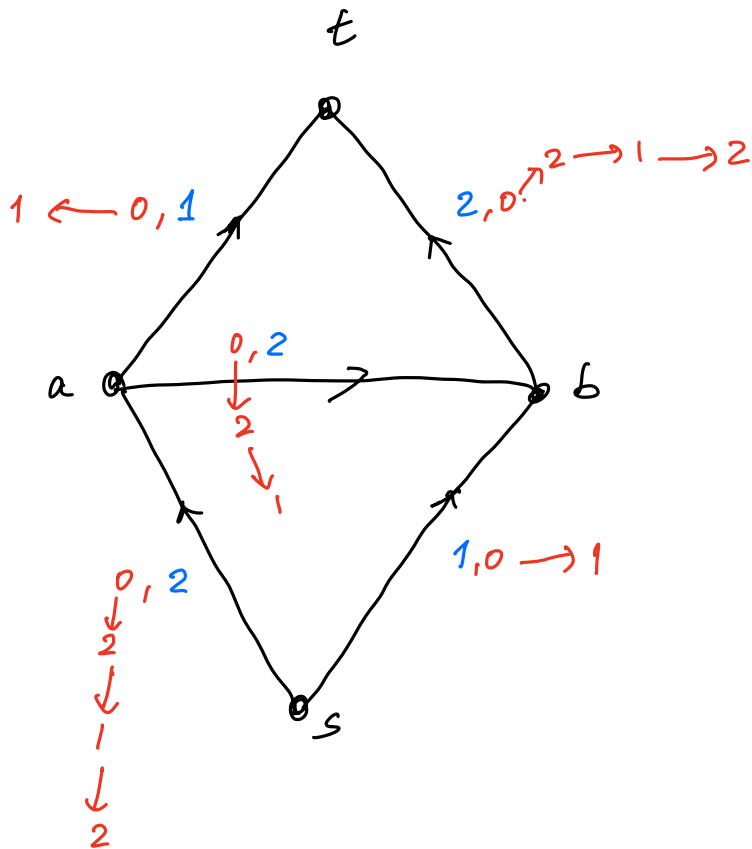
s - t flow in G f assignment of flow
 $f(S) \leq C(S)$

מסלול $C(S)$ הוא פתרון של 2 :

מקסימום, f -

$$f(S) = C(S)$$

מסלול f - מסלול $C(S)$ הוא פתרון של 2 :
מקסימום



מסלול f -

מסלול $C(S)$

מסלול f - מסלול $C(S)$ הוא פתרון של 2 :

מסלול f - מסלול $C(S)$ הוא פתרון של 2 :

מסלול f - מסלול $C(S)$ הוא פתרון של 2 :

$$S = v_0, v_1, v_2, \dots, v_i, v_{i+1}, \dots, v_r = t$$

$$e = (v_i, v_{i+1}) \in E \quad \text{כך ש}$$

$$f(e) \leq c(e)$$

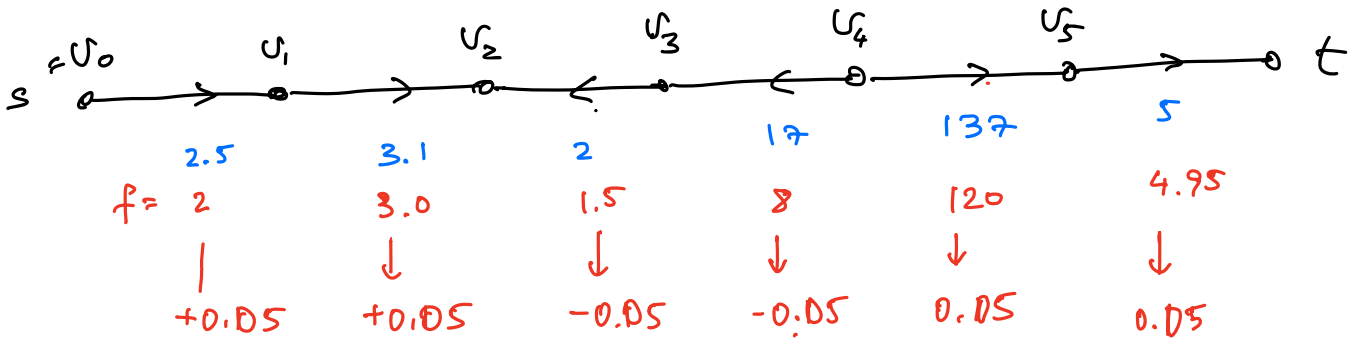
$$e = (v_{i+1}, v_i) \quad \text{כך ש}$$

$$0 \neq f(e)$$

[illegible]
$$f - h \leq f \leq f + h$$

11/10 839, 11

∴ CN is 13



- אלהיך יהוה יהוה אחד (שמואל ב' כ"ג)
(הוא אלהיך) (שמואל ב' כ"ג)
אלהיך יהוה יהוה אחד (שמואל ב' כ"ג)

2.1. 100 kPa S - N 12 k

① פירוש f_N : ת-ה $v_r \approx t$ $S = v_0, v_1, \dots$

: 'src and f and do n

$$\Delta_1 = \min_{(v_i, v_{i+1}) \in E} (c(v_i, v_{i+1}) - f(v_i, v_{i+1})) \quad \text{in}$$

$$\Delta_2 = \max_{(v_{i+1}, v_i) \in E} (f(v_{i+1}, v_i))$$

$$f'(e) = f(e) \quad \text{if } e \notin \text{flow } G_f$$

$$e = (v_i, v_{i+1}) \quad \text{יורד}$$

$$f'(e) = f(e) + \min(\Delta_1, \Delta_2)$$

$$f'(e) = f(e) - \min(\Delta_1, \Delta_2) \quad e \in (v_{i+1}, v_i) \quad \text{עולה}$$

$$f(s) \leq f'(s) \quad \text{חוקי } f'$$

$$\min(\Delta_1, \Delta_2) \neq 0 \quad \text{אלו}$$

כפי שרשנו בהעברה על מסלול מעגלי.

(2) העברה מסלול f - מעגלי $n - \delta - t$

אם אנו יכולים להחזיר את ההעברה עבור מסלול

f מעגלי $n - \delta - t$ כלומר.

טענה: קהל שנייה $s-t$

$$\max\text{-flow} = \min\text{-cut}$$

זיהוי: (י"פ חג $C(s)$ ושייח f חוקי)

$$f(s) = C(s) \quad \text{עפ}$$

הוכחה: תהי f שנייה חוקי, ונניח e - שנייה

מכסימום (כלומר אין שנייה עצומה ממנה ודפוס
אין מסלול f - מעגלי $n - \delta - t$)

$$S = \left\{ s \mid \begin{array}{l} \text{יש מסלול } f \\ \text{מ } s \text{ ל } t \end{array} \right\}$$

$s \in S$ כי המסלול הייך הוא מסלול f - מעגלי n

אברהם הנ"ל = חתם מינימום

הקדמה: ש.ו. לא אומרת שיש חתם מינימום אחיד
 או שיש חתם מינימום אחיד.

Ford - Fulkerson האלג' C

קלט: ישר זרימה $G = (V, E)$ עם מקור $s \in V$ ונקודת יעד $t \in V$

אלימנטר $C: E \rightarrow \mathbb{N}$ (קיבלו שלמות).

- אובייקט: f - היתר נזרימה חוקית $f \equiv 0$
- (1) - f נזרית מסתגלת f - מוגבלת (אם קיימת)
- (2) - היתר זרימה זמינה ומסוגלת (1).

כאשר אין יותר מסתגלות f - מוגבלת - עברה f זרימה מינימום.

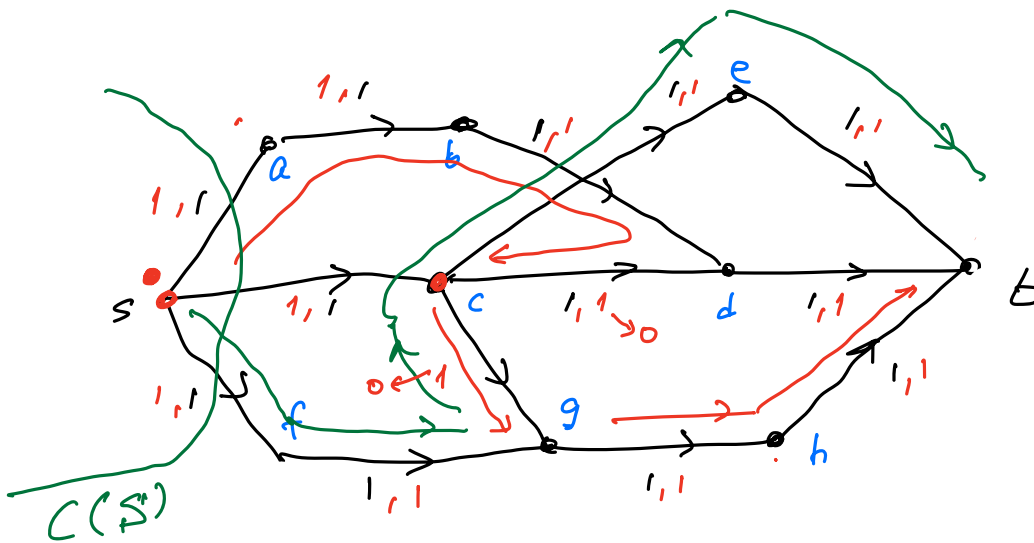
סיקור: (1) - רשימת ההשלמות "השלמות" אהיה
 כאשר ניתן לעבור על קשתות מסוגלות
 לזמן הניתן ין אם $f < c$
 אפיון הלא ניתן ין אם $f < 0$.
 $O(|V| + |E|)$

ש.ו. (2) : הכר מספר משפטים - הסתברות
 1, ולכן שם 2 מסתברות אחת 0

הזמן $\sum_{e \in E} c(e)$ $\sim$ זמן

$\iff O(|V| + |E| \cdot \sum_{e \in E} c(e))$ סוג סיבוכיות

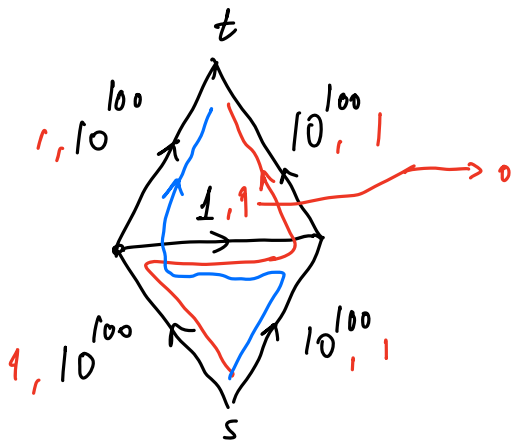
לכונן את המסלול הנכון.



כאן

שאלה

אם נרצה למצוא מסלול זמן מינימלי, אז נצטרך למצוא מסלול זמן מינימלי. $\sum_{e \in E} c(e)$



מחשבים את הזמן והמחיר של כל מסלול. מחשבים את המסלול הזמן מינימלי.

אם נרצה למצוא מסלול זמן מינימלי, אז נצטרך למצוא מסלול זמן מינימלי.

אם נרצה למצוא מסלול זמן מינימלי, אז נצטרך למצוא מסלול זמן מינימלי.

2. הערה: ענני מנגנון - ממשיך לארץ בוקר הצינוריים

max-flow = min-cut נכון, (אולי הוכחה)

לכן הוכחה של Ford-Fulkerson היא לפי ריבוי (אולי לא ברור למה זה נכון)

למה - מוכיח את זה באמצעות ניסוחים
מקבילים.

סיכום

תהי $G = (V, E)$ רשת זרימה $s-t$

1. f - זרימה חוקית, כלשהי, G מקומות קצה s, t
אז קיימים מסלולים $P_1, \dots, P_k$ מה s אל t כך ש-

$P_1, \dots, P_k$

כל $e \in E$ מסלול אחד מהם מכיל את e בדיוק α_e פעמים (כלומר)

$$1. \sum \alpha_i = f(s)$$

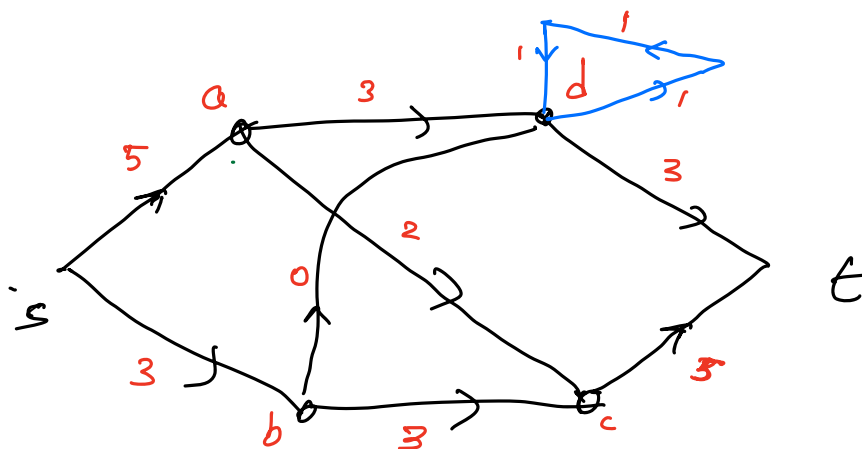
$$2. \forall e \in E(G) \quad \sum_{e \in P_i} \alpha_i \leq f(e)$$



הסיכום $\leq$ הוא כי כל מסלול

הוא זרימה

ה'תשנ"ה י"ב אלול



$f(5) = 8$ ۵ تا ۸

$$p_1 \quad s \xrightarrow{3} a \xrightarrow{3} d \xrightarrow{3} t$$

$p_2: s \xrightarrow{2} a \xrightarrow{2} c \xrightarrow{2} t$

$P_2: s \xrightarrow{3} b \xrightarrow{3} c \xrightarrow{3} t$

תחת "משפט" μ יש n חברים f מה $\underbrace{\text{משפט}}$
 $(p_1, \alpha_1), \dots, (p_k, \alpha_k)$ - n חברים - n חברים $\alpha_1, \dots, \alpha_k$
 - $\alpha_1, \dots, \alpha_k$

היה נא ויבן

1. Given ΔABC such that $0 < \angle C < 90^\circ$

$\rho, P_1, G \rightarrow E \rightarrow J \rightarrow \sim, \mu, m$

$$0 < f(e) \neq 0 \in P, \quad \text{Sk}$$

מחצית של נוכח :

משפט 1: f היא פונקציה קמורה וחסומה על S אז f היא קמורה על S .

S - N במרחב E וזוהי f $0 \leq f$.

אם t קטן מ-1 אז f קמורה על S וזוהי f .

יהי P_1 הפולינום הראשון ויהי

$$\alpha_1 = \min_{e \in P_1} f(e)$$

$$f' = \begin{cases} f(e) & e \notin P_1 \\ f(e) - \alpha_1 & e \in P_1 \end{cases}$$

טענה 1: f' חסומה, $f' \leq f$ וזוהי f' קמורה על S .
 f' היא פונקציה קמורה על S וזוהי f' .

אם f' היא פונקציה קמורה על S אז f' היא פונקציה קמורה על S .

יהי $P_2, \dots, P_k$ הפולינומים הבאים

הפולינום הראשון (P_1, α_1) הוא הפולינום הראשון

דוגמה

