

בחינת מועד ג - אתגר תכנון וניתוח אלגוריתמים – תשפ"ב

מרצה: אילן נוימן מתרגלת: רוז בדר

משך הבחינה: 3 שעות. חומר עזר: מותרים 4 דפי A4. יש לענות על כל השאלות.

- תשובות אשר אינן מנומקות היטב לא תתקבלנה. בכל שאלה תאר בצורה בהירה את האלגוריתם שלך, הוכח את נכונותו, ונתח את סיבוכיותו.

1. (25 נק) פתח אלגוריתם יעיל לבעיה הבאה:

קלט: $G=(V,E)$ גרף מכוון,

פלט: קבוצה גדולה ביותר S , שאיננה כל הגרף, $S \subset V(G)$, $S \neq V(G)$

ושאין ממנה קשתות יוצאות, כלומר: לכל $u \in S$, $v \notin S$

אין את הקשת (u,v) בגרף. (שים לב: יתכן שאין קבוצה כזו).

2. (25 נק) פתח אלגוריתם יעיל אשר בהנתן רשת זרימה $s-t$ עם קיבולות שלמות, מחליט

האם יש חתך $s-t$, מינימום יחיד ברשת.

3. יהי $G=(V,E)$ גרף מכוון עם משקלות חיוביים ממש, וצומת קבועה s . קשת (u,v) בגרף

נקראת "מועילה" אם היא נמצאת על מסלול זול ביותר מ- s לצומת כלשהי x . (שים לב- יתכנו

כמה מסלולים שונים שכל אחד מהם זול ביותר מ- s ל- x).

א. הוכח כי תת הגרף של G המכיל רק את הקשתות המועילות לא מכיל מעגל מכוון.

ב. פתח אלגוריתם יעיל אשר בהינתן G ו- s כנ"ל מוצא את כל הקשתות המועילות (מלוא

הנקודות על סיבוכיות לכל היותר $(O(n|E|))$.

4. בנאי מקבל רשימה של n בתים שאותם הוא יכול לבחור לשפץ. לכל בית מוגדר יום סיום

דרוש (הבנאי יכול לסיים לפני הזמן), וכן מחיר אותו הבנאי ירויח אם יבחר לשפץ בית זה.

**** הבנאי משפץ בית אחד בכל יום.**

פתח אלגוריתם עבור הבנאי אשר מגדיר איזה בתים מהרשימה לשפץ ובאיזה סדר, כך שכל

בית שנבחר יסתיים עד מועד הסיום הדרוש, ושהרווח הכולל של הבנאי גדול ככל האפשר.

בהצלחה !!

