

## מודלים חישוביים תרגיל בית מס' 5

### שאלה 1

יש לבחור את המחלקה הקטנה ביותר אליה שייכת השפה מבין המחלקות הבאות:

- כל השפות
- שפות ניתנות לקבלה ע"י מכונת טיורינג
- שפות כריעות ע"י מכונת טיורינג

שימו לב שעליכם להוכיח שהשפה שחככת למחלקה שבחרתם ואינה שייכת למחלקה גדולה יותר.

א.  $\{ \langle M \rangle : M \text{ מכונת טיורינג ויש מלה } w \text{ כך ש-} M \text{ מקבלת גם את } w \text{ וגם את } w^R \}$

ב.  $\{ M \text{ מ"ט שאינה מקבלת את כל המלים בהן מספר האפסים והאחדים שווה} : \langle M \rangle \}$

ג.  $\{ L(G) \text{ היא שפה סופית} : \langle G \rangle \}$

ו.  $\{ \langle G \rangle : L(G) \text{ של } L(G) \text{ היא שפה סופית} \}$

ז.  $\{ M \text{ מ"ט בעלת סרט אחד משנה כיוון תנועתה על } w \text{ לכל היותר } k \text{ פעמים} : \langle M, w, k \rangle \}$   
רמז: תנסו בתור ההתחלה  $k=0$  תוך הנחה שלא מתבצעת מחיקה מהסרט וחזרה לתא השמאלי ביותר.

### שאלה 2

תזכורת:  $Pref(L) = \{ w \in \Sigma^* : \exists u \in \Sigma^*, wu \in L \}$

א. אם  $L$  שפה כריעה, האם  $Pref(L)$  בהכרח כריעה?

ב. אם  $L$  ניתנת לקבלה, האם  $Pref(L)$  בהכרח ניתנת לקבלה?

### שאלה 3

תזכורת: מסלול המילטוני זה מסלול פשוט המתחיל ב- $s$  ומסתיים ב- $t$  במבקר בכל קודקודי הגרף. נגדיר שפה:

$\{ \langle G, s, t \rangle : G \text{ גרף ויש בו מסלול המילטוני מ-} s \text{ ל-} t \}$  st-Hamiltonian Path

תראו רדוקציה פולינומית מ-st-Hamiltonian Path ל-SAT ותוכיחו את נכונותה. יש להוכיח ישירות, ללא שימוש במשפט Cook-Levin.

### שאלה 4

Unique Hitting Set (UHS) problem is defined as follows.

Let  $X$  be the ground set, and let  $F$  be a subfamily of subsets of  $X$ .

Is there a subset  $H$  of  $X$  such that for every  $S$  in  $F$ , the size of the intersection of  $H$  and  $S$  is 1?

Show that UHS is NP-Complete.

Restricted Maximal Independent Set (RMIS) is defined as follows.

Given a graph  $G$  and a subset of vertices  $U$  of  $V$ , is there a maximal independent set  $D$  contained in  $U$ ? (I.e.,  $D$  is independent in  $G$ , but adding any other vertex to it makes it dependent.)

Show either that RMIS is in P, or that RMIS is NP-Complete.

בהצלחה!