אוטומט מחסנית ודקדוק חסר הקשר – תרגול

שפות לא רגולאריות

הוכח כי השפה הבאה אינה רגולארית: $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \#_1^w = \#_0^w\}$

הוכחה:

נניח כי L רגולארית, אזי קיים DFA שמקבל אותה. נסמן ב-n את מספר המצבים ב-DFA זה. נסתכל בקלט המורכב מ-n+1 אפסים רצופים. מכיוון שבקלט n+1 אפסים וב-DFA יש n מצבים, אחרי שהאוטומט קרא n+1 אפסים, יהיה לפחות מצב אחד שבו האוטומט היה לפחות פעמיים. נכנה מצב זה T. נניח שהיינו במצב T כאשר נקלטו i אפסים וכאשר נקלטו j אפסים. נקבע i<j. מכאן, אין ל-DFA זה יכולת להבחין בין מחרוזות המכילות i אפסים רצופים לבין מחרוזות המכילות j אפסים רצופים. לכן אם ממצב T יש מסלול למצב מקבל אחרי קריאת i אחדות, יתקבל גם הקלט 0^i1^i וגם הקלט 0^j1^i, שאינו בשפה. אם ממצב T אין מסלול למצב מקבל אחרי קריאת i אחדות, לא יתקבל הקלט 0^j1^i וגם לא יתקבל הקלט 0^i1^i, ששייך לשפה. מכאן אוטומט המקבל את השפה L לא קיים ולכן L אינה רגולארית.

PDA – אוטומט מחסנית

PDA הוא שילוב של אוטומט סופי לא דטרמיניסטי עם זיכרון (מחסנית אינסופית).

הגדרה פורמלית:

PDA זה שישייה $<Q, q_0, \Sigma, \Gamma, \delta, F>$ כך ש:

1. Q - קבוצה סופית של מצבים.
2. $q_0 \in Q$ - מצב התחלתי.
3. $\sum$ - קבוצה סופית של סימני א"ב של האוטומט.
4. Γ - א"ב של המחסנית.
5. $F \subseteq Q$ - קבוצת מצבים סופיים (מקבלים).
6. $\delta : (Q \times \sum \cup \varepsilon \times \Gamma \cup \varepsilon) \rightarrow P(Q \times \Gamma^*)$ - פונקצית המעבר.

בד"כ נוח להגדיר אוטומט בעזרת דיאגרמה.

דוגמאות:

1. בנה PDA עבור השפה $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
2. בנה PDA לבדיקת נכונות סוגריים.

CFG

הגדרה פורמלית:

דקדוק חסר הקשר הוא רביעייה $\langle \sum, V, S, P \rangle$ כך ש:

1. $\sum$ - קבוצה סופית של סימני א״ב (משתנים טרמינלים)
2. V - אוסף סופי לא ריק של משתנים כך ש $\sum \cap V = 0$.
3. $S \in V$ -משתנה התחלה.
4. P - אוסף כללי גזירה. כל כלל מהצורה $A \rightarrow \alpha$ כך ש- $A \in V, \alpha \in (V \cup \sum)^*$.

ניתן להגדיר שפה חסרת הקשר בעזרת דקדוק חסר הקשר או בעזרת אוטומט מחסנית (PDA).

דוגמאות:

1. בנה דקדוק המקבל את השפה הבאה: $L = \{w \in \{0,1\}^* : \#_1^w = \#_0^w + 1\}$
2. בנה דקדוק המקבל את השפה הבאה: $L = \{a^n b^m c^{n+m} : n, m > 0\}$