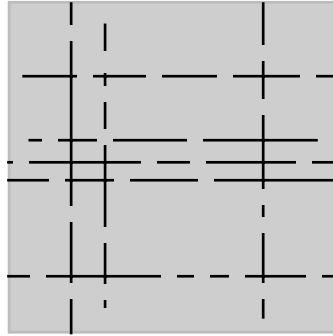


## Example Questions – Edge Detection

5. נתונות התמונות הבאות. תאר כיצד ניתן לשפר כל אחת מהן.

א.

(להשלים את הקווים)



ב. שיטת **Hough Transform** הוגדרה עבור מציאת ישרים הניתנים ע"י  $x\cos(\theta) + y\sin(\theta) = s$ . תאר כיצד ניתן להרחיב את טכניקת Hough Transform למציאת אליפסות המוגדרות ע"י:

$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2 = 1$$

# שאלה מספר 1

א.

בשימוש ב-Hough Transform לשם זיהוי ישרים בתמונה, מייצגים כל קו בייצוג פולרי:

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = s$$

עבור נקודה במרחב התמונה, מרחב Hough מציג את כל הישרים העוברים דרך נקודה זו. הייצוג של הנקודה במרחב Hough הוא עקומה דמוית פונקציה טנגנס.

ניתן לגלות עיגולים בתמונה בעזרת Hough Transform כאשר עיגול מיוצג ע"י 3 פרמטרים:

$$(x_0, y_0, r). (x_0, y_0, r) \text{ מציין את מרכז המעגל ו- } r \text{ הרדיוס.}$$

עבור נקודה במרחב התמונה, מרחב Hough מציג את כל העיגולים העוברים דרך נקודה זו. מה הייצוג במרחב Hough במקרה זה, עבור הנקודה  $(x, y)$  בתמונה? הסבר!

ב.

משתמשים ב-Hough Transform לשם זיהוי ישרים בתמונה, המיוצגים בייצוג פולרי:

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = s$$

נמצאו ונבחרו  $M$  ישרים בעלי קוארדינטות  $(s_i, \theta_i)$  במרחב Hough.

רוצים לבצע סיכום הצבעות "לוקלי" במרחב Hough ע"י כך שמסכמים עבור כל אחד מ- $M$  ה-  $(s_i, \theta_i)$  את ההצבעות במרחב Hough שהן הכי קרובות אליו (במובן  $d_4$ ):

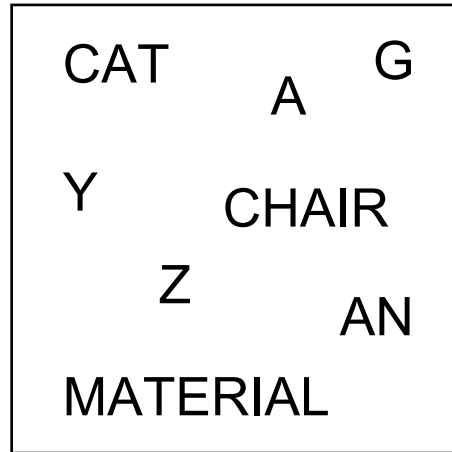
מחשבים  $M$  סכומים, סכום אחד עבור כל ישר  $(s_i, \theta_i)$ .

ערך ההצבעה במרחב Hough עבור הישר  $(s_j, \theta_j)$  יתוסף לסכום של  $(s_i, \theta_i)$  הכי קרוב אליו (במובן  $d_4$ ). ז"א:

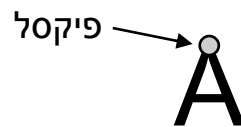
$$d_4((s_j, \theta_j), (s_i, \theta_i)) < d_4((s_j, \theta_j), (s_k, \theta_k)) \quad k \in 1 \dots M, i \neq k$$

הצע שיטה יעילה לעשות זאת במספר פעולות בלתי תלוי ב- $M$ .

2. נתונה התמונה הבאה בנגטיב (ז"א לבן = 0, שחור = 255):



תן שיטה למציאה אוטומטית של מיקומי האות **A**.  
הפלט הסופי צריך להיות פיקסלים שהם קודקוד עליון של האות **A**:



2. הצע שיטה למציאת כל ה"ריבועים" בתמונת דרגות אפור.

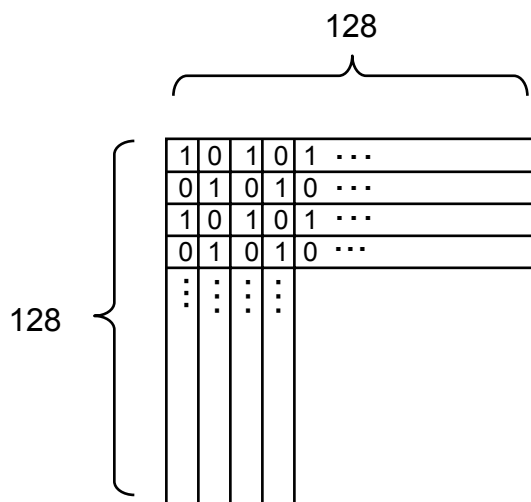
ריבוע בתמונה מוגדר כ:

אובייקט כהה (לאו דווקא אחד בצבע) על רקע בהיר.

אובייקט בהיר (לאו דווקא אחד בצבע) על רקע כהה.

"מסגרת" ריבועית בכל צבע שהוא.

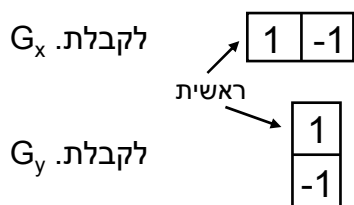
על האלגוריתם להיות יעיל. תן הסבר מדוייק.



4. נתונה  $f_0$  תמונת "שח-מט" בגודל  $128 \times 128$  :

$$= f_0$$

בונים תמונת גרדיינט (gradient) באופן הבא:



מבצעים קונבולוציה ציקלית של התמונה עם:

מבצעים קונבולוציה ציקלית של התמונה עם:

ממצעים את  $G_x$  ואת  $G_y$  לקבלת  $f_1$ .

$$G_x = f_0 * \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

ז"א :

$$G_y = f_0 * \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$f_1 = \frac{G_x + G_y}{2}$$

מתמונת התוצאה בונים תמונת גרדיינט  $f_2$  וכו'.

א. כיצד תראה התמונה  $f_8$  שמתקבלת מחישוב הגרדיינט 8 פעמים?

ב. כמו ב-א, אלה שחישוב הגרדיינט מתבצע ע"י:

$$f_1 = \frac{|G_x| + |G_y|}{2}$$

3. א.  $f(x)$  הינה תמונה חד מימדית בדידה באורך  $n$ . הוכח כי אם  $F(u)$  הינו טרנספורם הפורייה של  $f(x)$  אזי טרנספורם הפורייה של  $f'(x) = \frac{df}{dx}$  הוא:

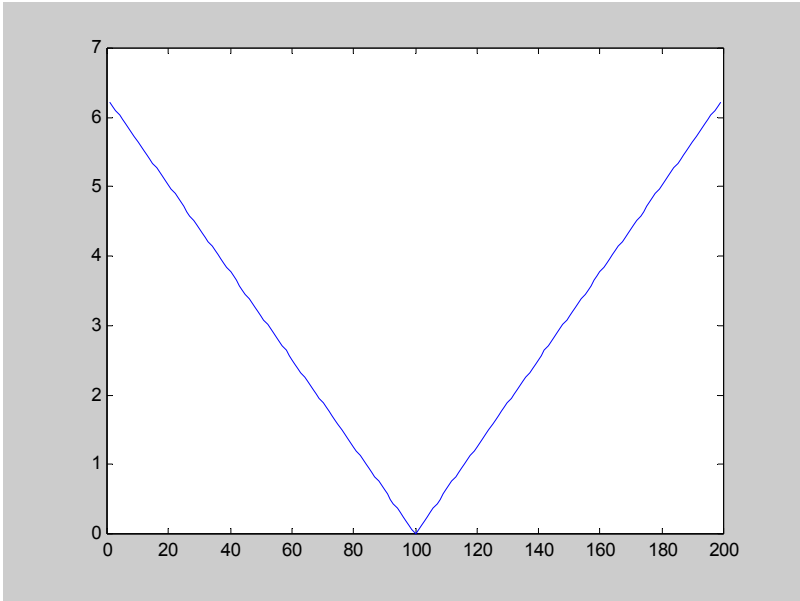
$$\frac{2\pi i u}{n} F(u)$$

ב. עפ"י סעיף א. : מה טרנספורם הפורייה  $H(u)$  של פילטר גזירה אופטימלי חד ממדי ?  $h$

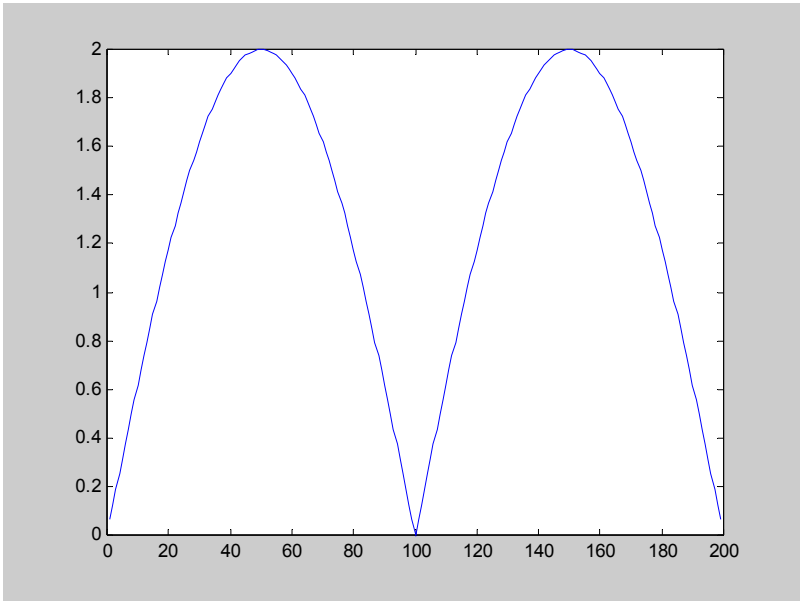
ג. נגדיר פילטר גזירה חד ממדי  $g$  בדיד באורך  $n$  :  $(+1, -1, 0, 0, 0, \dots, 0)$

מה טרנספורם הפורייה  $G(u)$  של  $g$  ? (רמז: חשב מתמטית).

ד. השווה בין  $H(u)$  ו-  $G(u)$  והסק מתוך כך לגבי טיב פילטר הגזירה  $h$ .



$$\frac{2 \pi i u}{n}$$

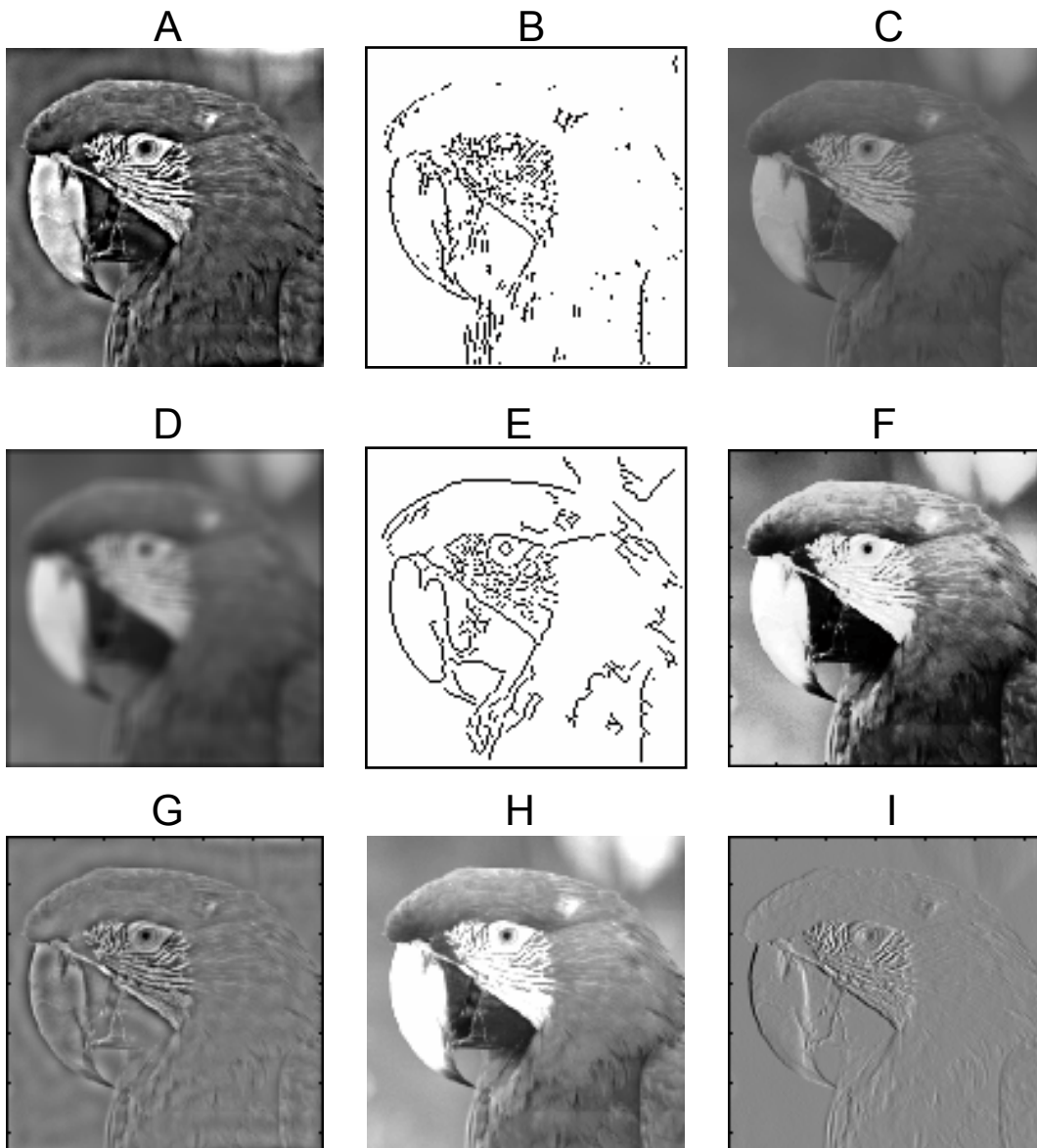


**G(u)**

3. א. נתונה תמונת דרגות אפור. נתונות 9 תמונות נוספות שהן תוצאה של פעולות על התמונה המקורית. התאם בין הפעולה שבוצעה לבין תמונת התוצאה. נמק כל התאמה!

1. Blurring
2. Contrast Change
3. High Pass Filtering
4. Sobel Edge detector (x direction only)
5. High Frequency Enhancing
6. Histogram Equalization
7. Canny Edge Detector
8. Brightness Change
9. X-Gradient

תמונה מקורית





1. Blurring – D. Image lost all details and looks blurred.
2. Contrast Change – C : Dark pixels became brighter and bright pixels became darker.  
Not to confuse with H where all pixels became brighter (Brightness change).
3. High Pass Filtering – G : Only fine details and edges are seen. The values are positive and negative (for visualization, 0 is set to 128 as is always done for these types of images).  
Some ringing is even seen.  
Not to confuse with I which is X-gradient. In G both horizontal and vertical details appear.  
Also, in G the typical appearance of high pass (laplacian or 2<sup>nd</sup> derivative filters) info appears where at an edge there is a dark line and a bright line, whereas in I there is only a dark line or only a bright line depending on the gradient direction (1<sup>st</sup> derivative).
4. Sobel Edge detector (x direction only) – B : Only B and E are edge detection outputs.  
However in B only vertical edges appear. Also in B there are many short uncompleted edges, typical of Sobel, whereas in E the edges are longer and many of the short noisy edges are missing. This is typical of the Canny edge detector.
5. High Frequency Enhancing – A : The edges of the original images have been enhanced.  
In fact enhanced too much so that the mach bands (black and white lines along the edge) are visible. The ringing that is seen in the high pass output (G) is also visible.  
Not to confuse with Histogram Equalization: in A not all gray levels move to the same value as would be expected in Histogram Equalization e.g. the white beak has not changed color globally, rather it has dark spots.
6. Histogram Equalization – F : The gray values have spread out to cover the full range.  
Thus dark pixels became darker and bright pixels became brighter.  
Not to confuse with A (see above). Not to confuse with H where the Bright pixels became brighter but so did the dark pixels.
7. Canny Edge Detector – E : See comments in 4-sobel.
8. Brightness Change – H : All pixels became brighter. See comments in 6-Histogram Equalization.
9. X-Gradient – I : Only fine vertical details appear. Not to confuse with G (see above).  
Note that X-gradient is a value for each pixel and is NOT binary. Thus can not be B or E.  
The x-gradient can be used for edge detection but in itself is not. (notice that for Sobel/Canny “edge detector” is specifically noted).

## שאלה מספר 4

זיהוי שפות בשיטת Canny מתבצע בשלושה שלבים:  
I. טשטוש וגזירה דו-כוונית של התמונה.  
II. הצרה (thinning) של הנגזרות.  
III. לקיחת סף גמיש Hysteresis Thresholding

פרמטרים הניתנים לשינוי הם:

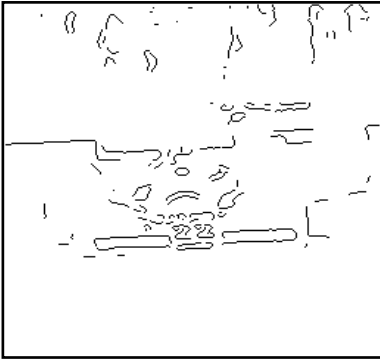
- I.  $\sigma$  - סטיית התקן של פונקציית הגאוסין המשמשת לטשטוש בשלב I.
- (low, high) - 2 ערכי הסף המשמשים לשלב III.

בעמוד הבא מוצגות תמונה מקורית ו-8 תוצאות שונות של זיהוי שפות בשיטת Canny עבור פרמטרים שונים. להלן טבלה ממוספרת עם רשימת פרמטרים. יש להתאים בין רשימת הפרמטרים לבין תמונת השפות המתאימה. הסבר כל התאמה!

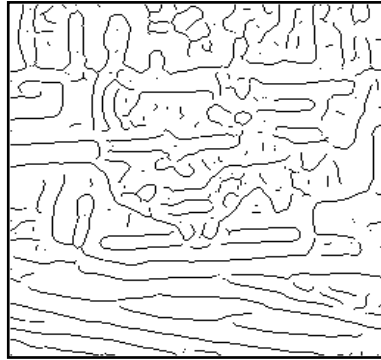
	low	high	$\sigma$
A.	0.0	0.0	1
B.	0.4	0.4	1
C.	0.2	0.4	1
D.	0.2	0.8	1
E.	0.0	0.0	3
F.	0.2	0.4	3
G.	0.0	0.0	0.5
H.	0.2	0.4	0.5

## המשך שאלה מספר 4

1.



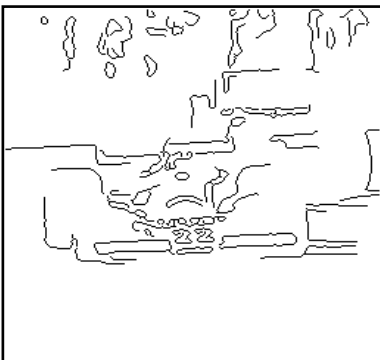
2.



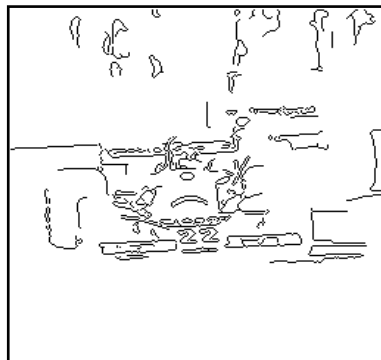
תמונה מקורית



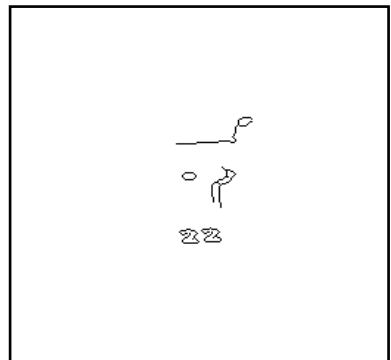
3.



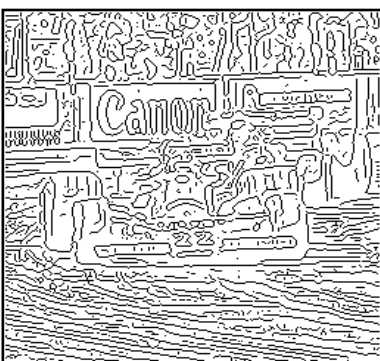
4.



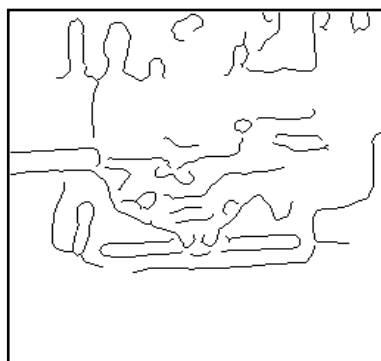
5.



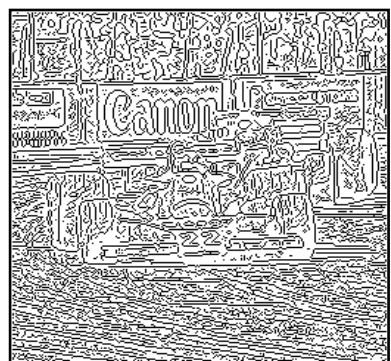
6.



7.



8.



## Question 4

8 sections – 3.5 points each.

First, remember that as the  $\sigma$  increases, the blur increases and the 'weaker' gradients are eliminated. Thus regardless of the High and low thresholds, the gradients (edges) associated with small changes in gray value or very proximate edges will never appear in the output. Example for such 'weak gradients' are those in the road. Example for 'proximate' edges is the number (22) . The strong gradients will remain (e.g. the edges between very dark and very bright pixels such as the white shirt in the background).

The High threshold determines the edges that will be outputted (from amongst those remaining after the blur). The Higher the threshold the fewer the edges. The Low threshold (relative to the High) determines the length of the edges. Thus a large difference between High and Low threshold tends to lengthen the output edges.

To answer this question we divide the 8 edge pictures into groups. First consider the 3 cases where both low and High thresholds are 0. These images contain ALL the possible edges following the blur. These images should have many very long edge segments. They are 2,6 and 8. The "weak and proximate edges do not appear in 2 but do appear in 6 and even more in 8. Thus 2 is associated with largest  $\sigma$  and 8 with smallest:

2 - E  
6 - A  
8 - G

Next Consider that the edges of 7 are a subset of those in 2 and the edges of 4 are a subset of those in 8. Thus:

7 - F  
4 - H

We are left with 1,3 and 5 and B,C and D.

Very few edges appear in 5 and they are associated with very 'strong' edges , thus the High threshold must be high.

Edges in 1 and 3 are relatively similar but are extended in length in 3. Thus:

5 - D  
1 - B  
3 - C

## שאלה מספר 4

ב- Hough Transform כפי שהגדרנו בכתה מייצגים ישר ע"י קואורדינטות פולריות  $s, \theta$  כמתואר בציור. ניתן לתאר ישר באופן חד ערכי גם בייצוג הרגיל ע"י  $a, b$ . כדי למנוע בעית תיחום, נניח כי בכל התמונות הישרים הם בעלי פרמטרים  $a \in (-100, +100)$   $b \in (0, 200)$ .

א. ביצוג הפולרי והרגיל, ישר במרחב התמונה ממופה לנקודה במרחב ה- Hough. נקודה במרחב התמונה בייצוג הפולרי מיוצגת לעקומה דמוית פונקצית טנגנס במרחב Hough. לאיזו עקומה במרחב Hough ממופה נקודה מיוצגת בייצוג הרגיל? הוכח.

ב.



בשימושים רבים בראייה ממוחשבת מעונינים לגלות קבוצה של קווים ישרים הנחתכים בנקודה אחת (ישרים מקבילים המתרחקים מהמצלמה בעולם התלת ממדי נפגשים בתמונה בנקודה אחת הנקראת נקודת **מגוז** (Vanishing Point)).

נתונה תמונת רמות אפור שבה הקווים הישרים מפרידים בין אזורים בעלי רמות אפור שונות משמעותית. יש בתמונה קבוצות של קווים הנפגשות בנקודה אחת. הצע שיטה מבוססת Hough לאיתור כל קבוצה של ישרים אלו, ונקודת החיתוך שלה. נסח את התשובה בכמה שלבים באופן בהיר, והסבר. (רמז: השתמש בסעיף א).

## Question 4

2 sections – Section  $\kappa$  10 points section  $\gamma$  20 points

$\kappa$

For every point  $x_0, y_0$  in the image the Hough transform representation of all lines that pass through  $x_0, y_0$  is equal to all the  $a, b$  that satisfy:  $y = ax + b$ . Rearranging we find that  $b = y - ax$  which represents a line.

$\gamma$

All lines that pass through a point form a line in Hough space (section  $\kappa$ ). Thus apply the Hough transform to the image. Find peaks in the Hough transform, corresponding to dominant lines in the image. Then find lines in Hough space. This is done by applying Hough transform on the Hough Domain. The parameters  $x, y$  of the line that is found in Hough Domain :  $b = y - ax$  is the coordinate of the Vanishing point in the image. Another way to view this is that for every peak in Hough space we “draw” the corresponding line in image space. We look for intersections of these lines. This is done by dividing image space into bins and voting in these bins; one vote for every line that passes in the bin. The bin with the most votes is the vanishing point.