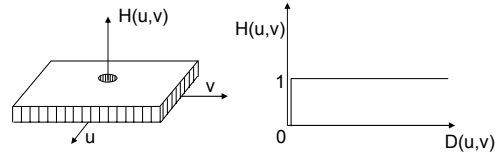


Example Questions – Frequency Filtering

**Question:**

$H(u,v)$  is a filter applied by point multiplication in the frequency domain. ( $G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v)$ )  
What does the following filter do?



$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{for } u=0, v=0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

4. תמונת שבת של מסכה  $H$  מוגדרת להיות תמונה  $I$  המקיימת:  $H * I = I$  (כלומר, תמונה לא משתנה תחת הקונבולוציה עם מסכה  $H$ ).

- א. האם לכל מסכה יש תמונת שבת לא טריוויאלית (תמונת האפס)?
- ב. כיצד ניתן למצוא מהן תמונות השבת של מסכה נתונה?

5. נתונה תמונת דרגות אפור דו-ממדית  $f$ . מבצעים את הפעולות הבאות:

- מפעילים פילטר low-pass אידיאלי (פרמטר  $D_0$  נתון) ומקבלים תמונה  $I$ .
- מחשבים  $h = f - I$ .
- בונים תמונה  $g$  חדשה:  $g = I \oplus g$  (הפקודה ב-matlab המתאימה:  $h \wedge I$ ).

ז"א כל פיקסל של  $I$  מועלה בחזקת הפיקסל המתאים של  $h$ .

תאר כיצד ניתן מתוך  $g$  לשחזר את  $f$ ? הסבר כל שלב.

4. נתונה התמונה  $f$  והתמונה  $g$  שהיא חזרה של  $f$  בוקטור לא ידוע  $(a,b)$ . ניתן לתאר את  $g$  ע"י קונבולוציה באופן הבא:

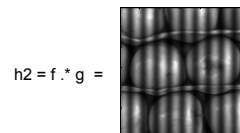
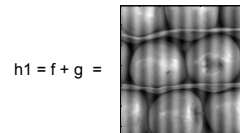
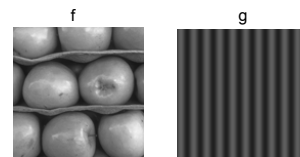
$$g(x,y) = f(x,y) * \delta(x-a,y-b)$$

כאשר  $\delta(y)$  היא פונקציית דלתא. הצע שיטה הפועלת במרחב התדר, למציאת  $a,b$ . מתי אלגוריתם זה ייכשל?

**Question:**

Given two images  $f$  and  $g$ , the images  $h1$  and  $h2$  are constructed.

- 1) Describe how one can reconstruct  $f$  and  $g$  from  $h1$ .
- 2) Describe how one can reconstruct  $f$  and  $g$  from  $h2$ .



### שאלה מספר 4

א. נתונה תמונת דרגות אפור.



נתונות 9 מסכות. מביעים קונבולוציה של התמונה עם מסכות אלה. המסכות ותוצאות הקונבולוציה מוצגות ב-2 העמודים הבאים. יש להתאים בין המסכות לבין תוצאת הקונבולוציה. יש לנמק כל התאמה (2-1 שורות).

תמונות התוצאה "נמתחו" לתחום דרגות אפור (0-255). מסכה 9 מוצגת בנגטיב לשיפור יזיביליות.

מסכות הקונבולוציה:

1

$$\begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -12 & -12 & -12 \\ 2 & 2 & 2 \\ 24 & 24 & 24 \\ 2 & 2 & 2 \\ -12 & -12 & -12 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

5

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

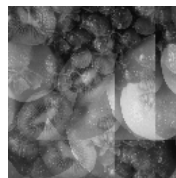
6

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4096 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\ 6 & 36 & 90 & 120 & 90 & 36 & 6 \\ 15 & 90 & 225 & 300 & 225 & 90 & 15 \\ 20 & 120 & 300 & 400 & 300 & 120 & 20 \\ 15 & 90 & 225 & 300 & 225 & 90 & 15 \\ 6 & 36 & 90 & 120 & 90 & 36 & 6 \\ 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

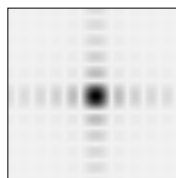
7



8

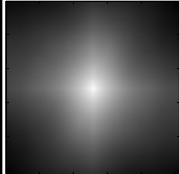


9

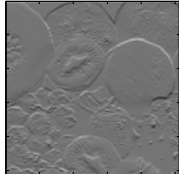


תוצאות הקונבולוציה:

A



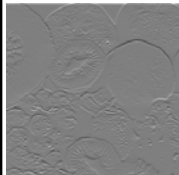
B



C



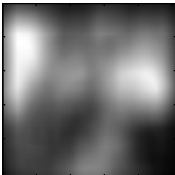
D



E



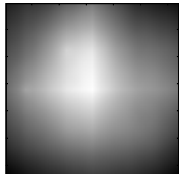
F



G



H



I



### Question 4

9 sections – each 3 points.

Consider first the images A,F,H : These are results of correlation. The masks are reflected parts (or whole) of the original image, so that convolution with them performs correlation.

A – Mask 7

Correlation of an image with itself produces a peak response when the mask is centered on the image. Assuming the origin of the mask is at the center, the peak should be in the image center as in A.

H – Mask 8

Correlation with a mask that equals the original image + a shifted version of the image. The result should be a peak response at the center of the image (assuming again the origin of the mask is in the center) + another peak at the shifted location. The location is of course mirrored with respect to the origin and thus the second peak appears above and to the left of the origin in the resulting image.

F – Mask 3

Correlation with a part of the image. Since non-normalized correlation is performed, response values will be high for any area in the original image that is bright (large gray values). Thus the resulting image has high values in the part of the image corresponding to the mask and also in other bright areas such as the melon in the top left corner of the image).

Next consider images B and D : these have mean 0 (and have been normalized to 0.255). There are only 2 masks that sum to 0 : Mask 1 and 4. Note mask 5 does NOT sum to 0.

D – Mask 1

The mask is an oriented laplacian. Thus only vertical high frequencies corresponding to horizontal edges, are seen in the resulting image. To distinguish between D and B, notice that there are mach bands along the edges (i.e. a dark band next to a bright band). If this is not clear in the reproduction, one can at least distinguish the gray value difference at the edge – see explanation for B.

B – Mask 4

The mask is an edge detector mask, detecting horizontal edges. These can be seen in the resulting image. Consider the edge between the apple at the top left corner and the orange below it. The apple is dark and the orange is bright. Thus the edge detector causes the dark values to be multiplied by -1 and the bright values by 1 (remember the mask is flipped for convolution). Resulting in high values at the edge as seen in the resulting image as bright pixels (this contrasts with the dark pixels dominant for the same edge in image D).

Next consider the remaining images.

G – Mask 2

Image G is the original image with a horizontal 'echo'. That is the image is the original image + a shifted version of the original. (this is NOT a blurred image). This corresponds to convolving the image with 2 delta functions as can be seen in the mask. Note the scale: the mask presents 2 deltas with a shift of 5 and this is a small shift compared to the size of the original image (256x256).

C – Mask 5

This mask is a high frequency enhancing mask. It equals a laplacian + delta (a laplacian mask would have 0 in the center so that the mask sums to 0). The sum of the mask values equals 1 so that the image average is maintained. The resulting image is a high frequency enhanced (sharpened) original. One can actually see the Mach bands along the edges.

Finally consider Images E and I.

Both these images are blurred versions of the original but image I has added artifacts which we called 'ringing' artifacts. One can not really tell which image is blurred stronger.

E – Mask 6

Mask 6 is a gaussian mask (values sum to 1).

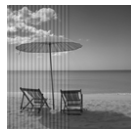
I – Mask 9

The mask is a sinc function, thus its Fourier transform is a rect function. Multiplying the transform of the original image with the rect (pixel-by-pixel) maintains the low frequencies and zeros the high frequencies – that is we have an ideal filter. As discussed in class, the ideal filter suffers from Ringing.

Example Questions – Image Enhancement

1. א. תאר כיצד ניתן לשפר את התמונה הבאה.

(להוריד את הפסים)



ב. תאר כיצד ניתן להוריד את האותיות מהתמונה הבאה .



כמו כן, תאר כיצד ניתן להשאיר רק את האותיות מהתמונה ה'ליל' .

5. נתונות התמונות הבאות. תאר כיצד ניתן לשפר כל אחת מהן.

ב.

(להוריד קווי רעש)



**3. תמונות ארבע תמונות "מקולקלות" (ראה תמונות בדף הבא):**

- א. תמונה A נוצרה ע"י הוספה של תמונה מזוהת לתמונה המקורית (כמות ההסטה לא ידועה).  
 כלומר,  $B(x,y) = I(x,y) + I(x,y)$  שים לב,  $\alpha$  ו- $\gamma$  לא ידועים.  
 ב. תמונה B נוצרה ע"י קונבולוציה של התמונה המקורית עם מסכה **בועבוע** (לא בהכרח גאוסיון).  
 ג. תמונה C נוצרה ע"י **בסמכה** של רעש בעל תדירות אפיינית (לא ידועה) לתמונה המקורית.  
 כלומר,  $C(x,y) = I(x,y) + n(x,y)$  כאשר  $n(x,y)$  הוא הרעש.  
 ד. תמונה D נוצרה ע"י **הפליטה** של רעש בעל תדירות אפיינית (לא ידועה) בתמונה המקורית.  
 כלומר,  $C(x,y) = I(x,y) \cdot n(x,y)$  כאשר  $n(x,y)$  הוא הרעש.

- תאר שיטה לשחזור התמונה המקורית מכל אחת מן התמונות הנתונות.

תמונה מקורית



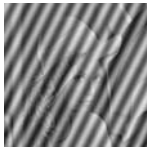
A



B



C



D

