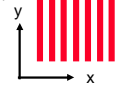


Example Questions - Image Processing Lesson 2

- Sampling
- Histogram

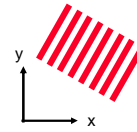
4. In the following cyclic pattern the frequency in the X direction is 20 cycles/length.



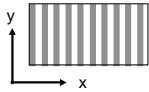
What is the wavelength of this pattern in – the X direction?

What is the frequency and wavelength of – this pattern in the Y direction?

What is the frequency and wavelength (for – X and Y) of this pattern after rotating it by 30 degrees clockwise?



א. נתונה תמונה עם תבנית מחזורית:

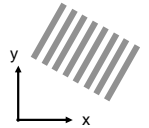


תדר התבנית בסגור X הוא 10 מחזורים ליחידת אורך.

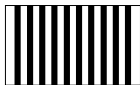
1א. מהו אורך הגל של התבנית בסגור X?

2א. מהו התדר ומהו אורך הגל של התבנית בסגור Y?

3א. מהו התדר ומהו אורך הגל בסגור X ובסגור Y כאשר התמונה סובבה ב- 30 מעלות עם כוון השעון?



ב. על דף שקוף מצוירת התמונה הבאה: כאשר הענבי של כל פס הוא 0.5 ס"מ. שקף זה מהווה סריג דוגם כאשר הוא מונח על תמונה רציפה.



כ"כ נתונה התמונה המחזורית  $I(x,y) = \sin(2\pi x k)$  כאשר הפרמטר k אינו ידוע:



1. מהו אורך הגל של התמונה הנ"ל (כפונקציה של k) בכיוון x ובכיוון y?  
2. הראה כיצד ניתן לחשב מהו k בעזרת השקף ומד זווית (רמז: השתמשו במשפט הדגימה ובסעיף א).

3. Given an image  $I(x,y) \in [0,1]$ .

How can we obtain the maximum contrast image using a linear gray-level transformation:

$$I_{NEW}(x,y) = a I(x,y) + b$$

Find **a** and **b**.

Given the histogram of  $I$ , describe, the histogram of  $I_{NEW}$ .

Hints:

- Use the values MAX(I) and MIN(I) which are the maximal and minimal gray-level values in the image.
- The new gray-level values should be kept in the range [0,1].

3. Given an image  $I(x,y) \in [0,1]$  .  
How can we double the contrast of the image  
without affecting the image mean:

$$I_{\text{NEW}}(x,y) = a I(x,y) + b$$

1. נתונות 3 תמונות בגודל  $30 \times 30$  :

$$I_1(x, y) = 10 \quad : I_1 \text{ תמונה אחידה בעלת דרגת אפור} = 10$$

$$I_2(x, y) = \begin{cases} 10 & 1 \leq x \leq 10 \\ 20 & 11 \leq x \leq 20 \\ 30 & 21 \leq x \leq 30 \end{cases} \quad : I_2 \text{ תמונה אחידה בכיוון } y$$

$$I_3(x, y) = \begin{cases} 3 & 1 \leq y \leq 10 \\ 6 & 11 \leq y \leq 20 \\ 9 & 21 \leq y \leq 30 \end{cases} \quad : I_3 \text{ תמונה אחידה בכיוון } x$$

תאר כיצד נראית ההיסטוגרמה של התמונות הבאות:

- א.  $I_2$
- ב.  $I_1 + I_2$
- ג.  $I_2 + I_3$
- ד.  $[I_2 \ I_3]$  ("הדבקת" התמונות זו לזו)
- ה.  $I_1 * I_3$
- ו.  $255 - I_2$  (תמונת הנגטיב של  $I_2$ )

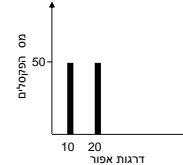
5.

Given two images  $f1$  and  $f2$ . Their two histograms are  $h1$  and  $h2$  respectively.  
What is the histogram of:

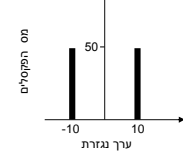
- $f1 + f2$
- $(f1 + f2) / 2$
- $f1 + \text{mean}(f2)$
- $f1 * f2$
- $f1 + 3$
- $[f1 \ f2]$  (concatenation)
- $f2 + f2$
- $255 - f1$  (negative( $f1$ ))

א. האם קיימת תמונת דרגות אפור בגודל  $10 \times 10$  אשר נתנת לשחזור מדויק מתוך ההיסטוגרמה שלה? אם כן, כמה תמונות כאלה יש? הסבר.

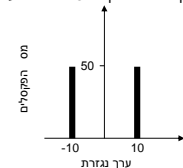
ב. כמה תמונות בגודל  $10 \times 10$  קיימות, אשר ההיסטוגרמה שלהן:



ג. כמה תמונות בגודל  $10 \times 10$  קיימות, אשר ההיסטוגרמה שלהן כמו בסעיף ב וכן ההיסטוגרמה של הנגזרות של התמונה בכיוון  $x$  (קובולוציה ציקלית של התמונה עם  $[1, -1]$ ) היא:



ד. כמה תמונות בגודל  $10 \times 10$  קיימות, אשר ההיסטוגרמה שלהן כמו בסעיף ב וכן ההיסטוגרמה של הנגזרות של התמונה בכיוון  $x$  כמו בסעיף ג וכן ההיסטוגרמה של הנגזרות של התמונה בכיוון  $y$  (קובולוציה ציקלית של התמונה עם  $[1, -1]$ ) היא:



א-ד. הסבר תשובותיך.

### שאלה מספר 4

נגדיר 4 פונקציות מרחק בין היסטוגרמות  $h_1$  ו- $h_2$ :

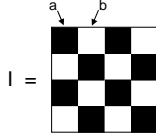
$$d_1(h_1, h_2) = \text{sum}(h_1 - h_2)$$

$$d_2(h_1, h_2) = \text{sum}((h_1 - h_2)^2)$$

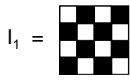
$$d_{11}(h_1, h_2) = \text{sum}(h_1 \neq h_2) \quad \% \text{ number of unequal entries.}$$

$$d_{EMD}(h_1, h_2) = \text{Earth Movers Distance}$$

נתונה התמונה I בגודל 100x100 היא תמונת "שחמט" עם ערכי דרגות אפור a ו- b המתחלפות כל פיקסל ומקיימות  $a < b < 2a$ :



רוצים למדוד מרחק בין תמונה I ו-4 התמונות הבאות:



הזזה ציקלית של I בפיקסל 1 לכיוון X:

$$I_1 = I + 10$$

הוספת 10 לכל פיקסל בתמונה I

$$I_3 = I * 2$$

הכפלת כל פיקסל בתמונה I פי 2

$$I_4 = \text{ones}(100, 100) * a$$

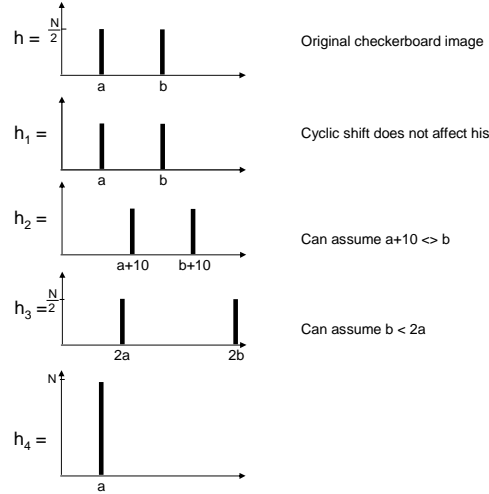
תמונה אחידה עם דרגת אפור a

לכל אחת מ-4 פונקציות המרחק, דרג את התמונות I1, I2, I3, I4 לפי סדר שלה של מרחק מהתמונה I. באם המרחק ידוע ציין את ערכו. הסבר תשובותיך!

### שאלה מספר 4

Answer:

I is associated with Histogram h  
I<sub>i</sub> is associated with histogram h<sub>i</sub> (i = 1..4)  
Define N = number of Pixels in image.



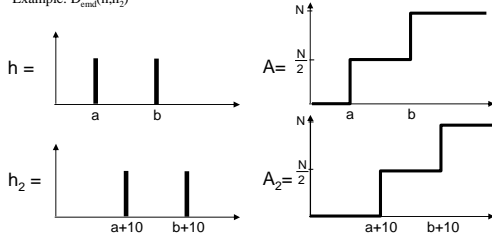
### שאלה מספר 4

Answer:

Note Earth Movers Distance is defined as the minimum work required to change histogram 1 into histogram 2. 1 unit of Work is defined as movement of 1 pixel by 1 gray value (or 1 unit in histogram position).

Another way to compute is to take the sum of absolute differences between the corresponding accumulative histograms.

Example:  $D_{EMD}(h, h_2)$



Minimum work moves  $N/2$  pixels from a to  $a+10$  and  $n/2$  pixels from b to  $b+10$ :  
 $D_{EMD}(h, h_2) = 10 * N/2 + 10 * N/2 = 10 * N$

Difference of accumulative histogram: there are several continuous regions to consider: a to  $a+10$ ,  $a+10$  to b, and b to  $b+10$

$$D_{EMD}(h, h_2) = (a+10-a) * (N/2 - 0) + (b-(a+10)) * (N/2 - N/2) + (b+10-b) * (N - N/2) = 10 * N/2 + 10 * N/2 = 10 * N$$

### שאלה מספר 4

Answer: Given as a 4x4 table

Define N = number of Pixels in image.

| Distance Functions \ Images                      | I <sub>1</sub> | I <sub>2</sub> | I <sub>3</sub>     | I <sub>4</sub>     |
|--|----------------|----------------|--------------------|--------------------|
| $D_1(h, h_i) = \text{sum}(h - h_i)$              | 0              | 0              | 0                  | 0                  |
| $D_2(h, h_i) = \text{sum}((h - h_i)^2)$          | 0              | $N^2$          | $N^2$              | $\frac{N^2}{2}$    |
| $D_{11}(h, h_i) = \text{sum}(h \neq h_i)$        | 0              | 4              | 4                  | 2                  |
| $D_{EMD}(h, h_i) = \text{Earth Movers Distance}$ | 0              | $10N$          | $\frac{N}{2}(a+b)$ | $\frac{N}{2}(b-a)$ |

Order of Images per distance function:

D<sub>1</sub>: all Images are equidistant from I.

D<sub>2</sub>: I<sub>1</sub>, I<sub>4</sub>, I<sub>2</sub>=I<sub>3</sub>

D<sub>11</sub>: I<sub>1</sub>, I<sub>4</sub>, I<sub>2</sub>=I<sub>3</sub>

D<sub>EMD</sub>: I<sub>1</sub>, I<sub>4</sub>, I<sub>3</sub>

Position of I<sub>2</sub> in order depends on a, b:

if  $(b+a) < 20$  I<sub>2</sub> is last in order.

If  $(b-a) < 20$  &  $(b+a) > 20$  then I<sub>2</sub> is third (between I<sub>4</sub> and I<sub>3</sub>)

if  $(b-a) > 20$  then I<sub>2</sub> is second in order (between I<sub>1</sub> and I<sub>4</sub>).