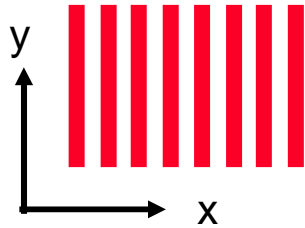


## Example Questions - Image Processing Lesson 2

- Sampling
- Histogram

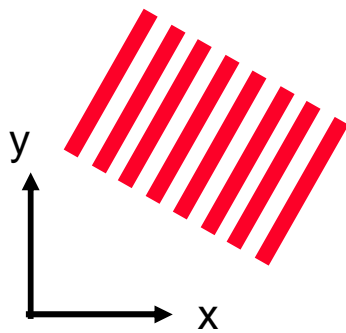
4. In the following cyclic pattern the frequency in the X direction is 20 cycles/length.



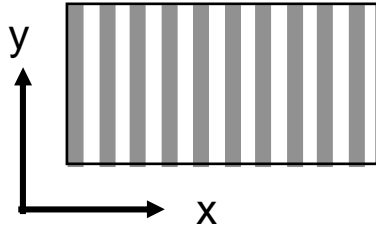
What is the wavelength of this pattern in – the X direction?

What is the frequency and wavelength of – this pattern in the Y direction?

What is the frequency and wavelength (for – X and Y) of this pattern after rotating it by 30 degrees clockwise?



א. נתונה תמונה עם תבנית מחזורית :

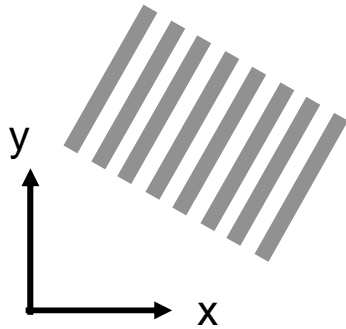


תדר התבנית בכוון X הוא 10 מחזורים ליחידת אורך.

1. מהו אורך הגל של התבנית בכוון X?

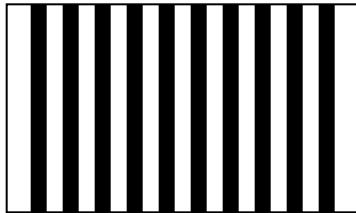
2. מהו התדר ומהו אורך הגל של התבנית בכוון Y?

3. מהו התדר ומהו אורך הגל בכוון X ובכוון Y כאשר התמונה סובבה ב-30 מעלות עם כוון השעון?

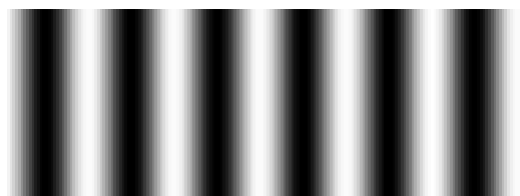


ב. על דף שקוף מצויירת התמונה הבאה:

כאשר העובי של כל פס הוא 0.5 ס"מ. שקף זה מהווה סריג דוגם כאשר הוא מונח על תמונה רציפה.



כ"כ נתונה התמונה המחזורית  $I(x, y) = \sin(2\pi x k)$  כאשר הפרמטר k אינו ידוע:



1. מהו אורך הגל של התמונה הנ"ל (כפונקציה של k) בכוון x ובכוון y?
2. הראה כיצד ניתן לחשב מהו k בעזרת השקף ומד זווית (רמז: השתמשו במשפט הדגימה ובסעיף א.).

3. Given an image  $I(x,y) \in [0,1]$  .

How can we obtain the maximum contrast image using a linear gray-level transformation:

$$I_{\text{NEW}}(x,y) = a I(x,y) + b$$

Find  $a$  and  $b$ .

Given the histogram of  $I$ , describe, the histogram of  $I_{\text{NEW}}$ .

Hints:

- Use the values  $\text{MAX}(I)$  and  $\text{MIN}(I)$  which are the maximal and minimal gray-level values in the image.
- The new gray-level values should be kept in the range  $[0,1]$ .

3. Given an image  $I(x,y) \in [0,1]$  .

How can we double the contrast of the image without affecting the image mean:

$$I_{\text{NEW}}(x,y) = a I(x,y) + b$$

1. נתונות 3 תמונות בגודל  $30 \times 30$  :

–  $I_1$  תמונה אחידה בעלת דרגת אפור = 10 :  $I_1(x, y) = 10$

–  $I_2$  תמונה אחידה בכוון  $y$  :  $I_2(x, y) = \begin{cases} 10 & 1 \leq x \leq 10 \\ 20 & 11 \leq x \leq 20 \\ 30 & 21 \leq x \leq 30 \end{cases}$

–  $I_3$  תמונה אחידה בכוון  $x$  :  $I_3(x, y) = \begin{cases} 3 & 1 \leq y \leq 10 \\ 6 & 11 \leq y \leq 20 \\ 9 & 21 \leq y \leq 30 \end{cases}$

–

תאר כיצד נראית ההיסטוגרמה של התמונות הבאות:

א.  $I_2$

ב.  $I_1 + I_2$

ג.  $I_2 + I_3$

ד.  $[I_2 \ I_3]$  ("הדבקת" התמונות זו לזו)

ה.  $I_1 * I_3$

ו.  $I_2 - 255$  (תמונת הנגטיב של  $I_2$ )

## 5.

Given two images  $f_1$  and  $f_2$ . Their two histograms are  $h_1$  and  $h_2$  respectively.

What is the histogram of:

$f_1 .+ f_2$

$(f_1 .+ f_2) ./ 2$

$f_1 + \text{mean}(f_2)$

$f_1 .* f_2$

$f_1 + 3$

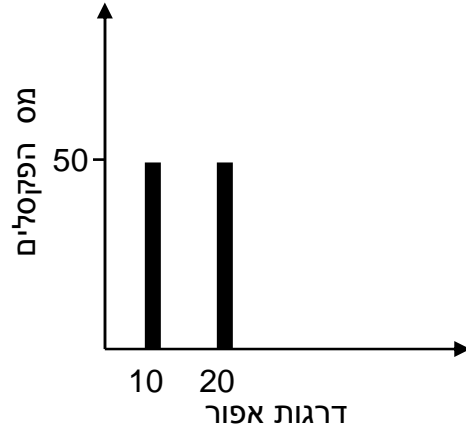
$[f_1 f_2]$  (concatenation)

$f_2 .+ f_2$

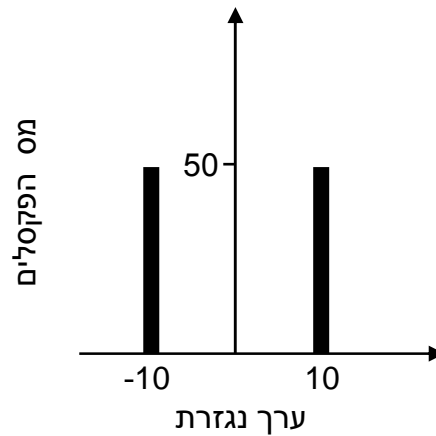
$255 .- f_1$  (  $\text{negative}(f_1)$  )

א. האם קיימת תמונת דרגות אפור בגודל  $10 \times 10$  אשר נתנת לשחזור מדויק מתוך ההיסטוגרמה שלה? אם כן, כמה תמונות כאלה יש? הסבר.

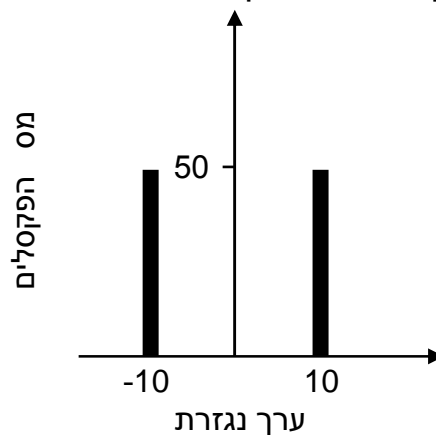
ב. כמה תמונות בגודל  $10 \times 10$  קיימות, אשר ההיסטוגרמה שלהן:



ג. כמה תמונות בגודל  $10 \times 10$  קיימות, אשר ההיסטוגרמה שלהן כמו בסעיף ב וכן ההיסטוגרמה של הנגזרות של התמונה בכיוון  $x$  (קונבולוציה ציקלית של התמונה עם  $[1, -1]$ ) היא:



ד. כמה תמונות בגודל  $10 \times 10$  קיימות, אשר ההיסטוגרמה שלהן כמו בסעיף ב וכן ההיסטוגרמה של הנגזרות של התמונה בכיוון  $x$  כמו בסעיף ג וכן ההיסטוגרמה של הנגזרות של התמונה בכיוון  $y$  (קונבולוציה ציקלית של התמונה עם  $[1, -1]^t$ ) היא:



א-ד. הסבר תשובותיך.



## שאלה מספר 4

נגדיר 4 פונקציות מרחק בין היסטוגרמות  $h_1$  ו-  $h_2$ :

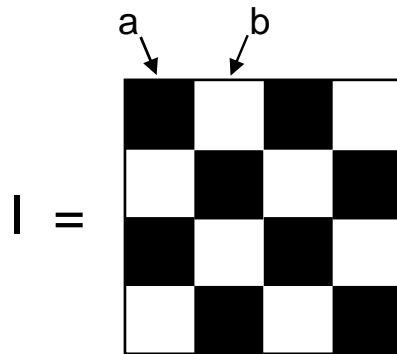
$$d_1(h_1, h_2) = \text{sum}(h_1 - h_2)$$

$$d_2(h_1, h_2) = \text{sum}((h_1 - h_2).^2)$$

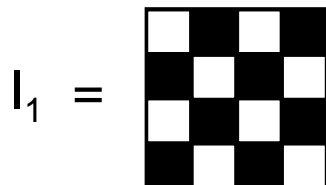
$$d_{1,1}(h_1, h_2) = \text{sum}(h_1 \neq h_2) \quad \% \text{ number of unequal entries.}$$

$$d_{\text{EMD}}(h_1, h_2) = \text{Earth Movers Distance}$$

נתונה התמונה  $I$  בגודל  $100 \times 100$  היא תמונת "שחמט" עם ערכי דרגות אפור  $a$  ו-  $b$  המתחלפות כל פיקסל ומקיימות  $a < b < 2a$ :



רוצים למדוד מרחק בין תמונה  $I$  ו-4 התמונות הבאות:



הזזה ציקלית של  $I$  בפיקסל 1 לכיוון  $X$ :

$$I_2 = I + 10$$

הוספת 10 לכל פיקסל בתמונה  $I$

$$I_3 = I \cdot 2$$

הכפלת כל פיקסל בתמונה  $I$  פי 2

$$I_4 = \text{ones}(100, 100) \cdot a$$

תמונה אחידה עם דרגת אפור  $a$

לכל אחת מ-4 פונקציות המרחק, דרג את התמונות  $I_1, I_2, I_3, I_4$  לפי סדר עולה של מרחק מהתמונה  $I$ . באם המרחק ידוע ציין את ערכו. הסבר תשובתיך!

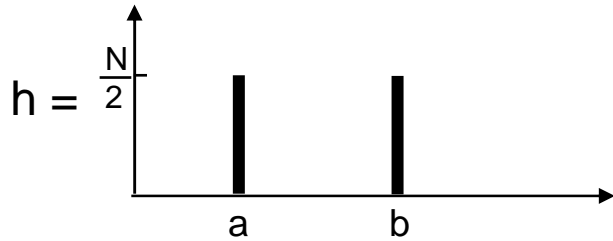
## שאלה מספר 4

### Answer:

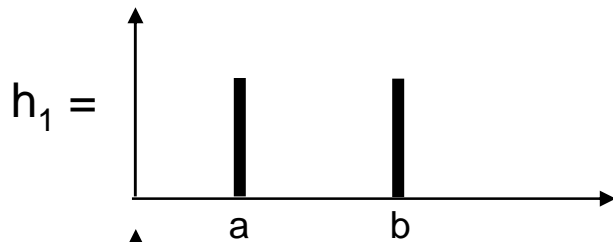
$I$  is associated with Histogram  $h$

$I_i$  is associated with histogram  $h_i$  ( $I = 1..4$ )

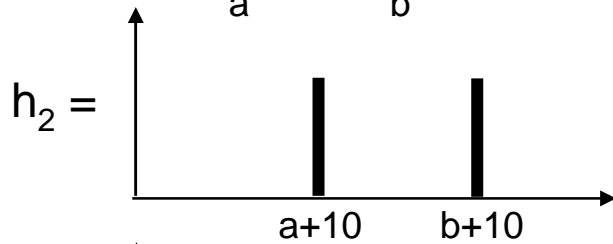
Define  $N$  = number of Pixels in image.



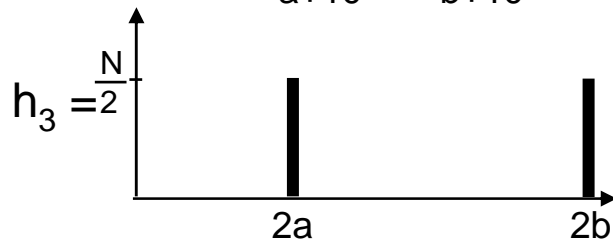
Original checkerboard image



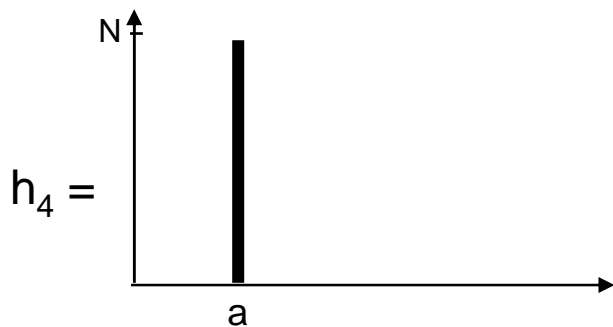
Cyclic shift does not affect histogram.



Can assume  $a+10 <> b$



Can assume  $b < 2a$



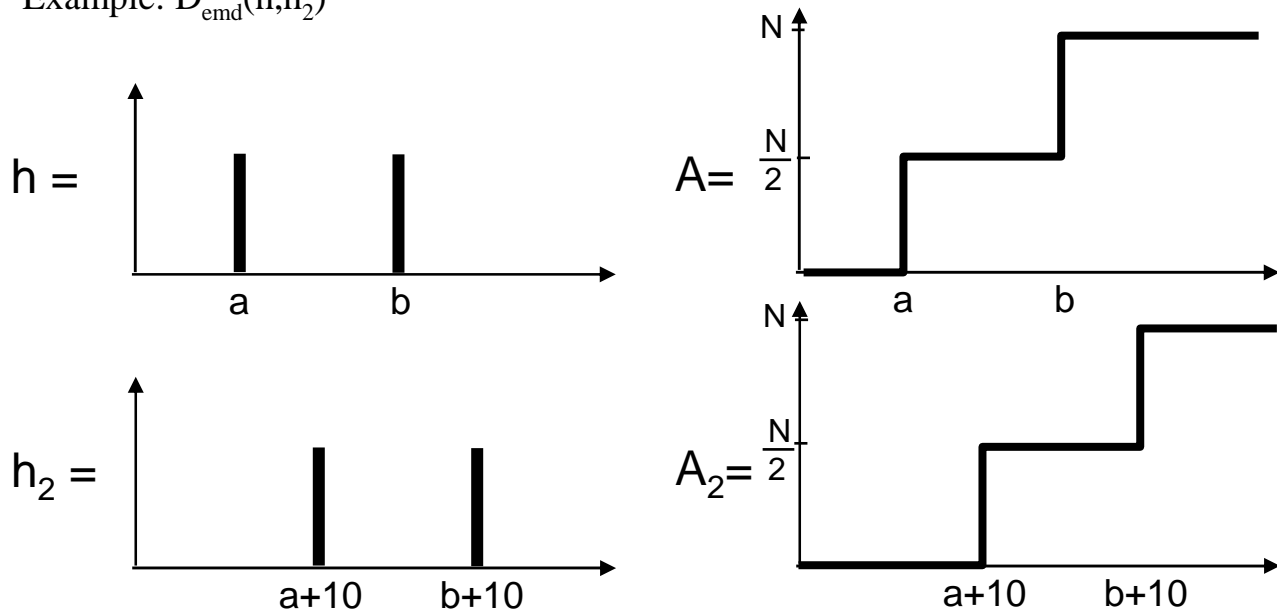
## שאלה מספר 4

### Answer:

Note Earth Movers Distance is defined as the minimum work required to change histogram 1 into histogram 2. 1 unit of Work is defined as movement of 1 pixel by 1 gray value (or 1 unit in histogram position).

Another way to compute is to take the sum of absolute differences between the corresponding accumulative histograms.

Example:  $D_{emd}(h, h_2)$



Minimum work moves  $N/2$  pixels from  $a$  to  $a+10$  and  $n/2$  pixels from  $b$  to  $b+10$ :

$$D_{emd}(h, h_2) = 10 * N/2 + 10 * N/2 = 10 * N$$

Difference of accumulative histogram: there are several continuous regions to consider:  $a$  to  $a+10$ ,  $a+10$  to  $b$ , and  $b$  to  $b+10$

$$D_{emd}(h, h_2) = (a+10-a) * (N/2 - 0) + (b-(a+10)) * (N/2 - N/2) + (b+10-b) * (N - N/2) = 10 * N/2 + 10 * N/2 = 10 * N$$

## שאלה מספר 4

**Answer:** Given as a 4x4 table

Define  $N$  = number of Pixels in image.

Distance Functions \ Images	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
$D_1(h,hi) = \text{sum}(h-h1)$	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$D_2(h,hi) = \text{sum}((h-h1)^2)$	<b>0</b>	$N^2$	$N^2$	$\frac{N^2}{2}$
$D_{11}(h,hi) = \text{sum}(h \neq h1)$	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>
$D_{emd}(h,hi) = \text{EarthMovers Distance}$	<b>0</b>	$10N$	$\frac{N}{2}(a+b)$	$\frac{N}{2}(b-a)$

Order of Images per distance function:

$D_1$  : all Images are equidistant from I.

$D_2$  : I1, I4, I2=I3

$D_{11}$  : I1, I4, I2=I3

$D_{emd}$  : I1, I4, I3 Position of I2 in order depends on a,b:

if  $(b+a) < 20$  I2 is last in order.

If  $(b-a) < 20$  &  $(b+a) > 20$  then I2 is third (between I4 and I3)

if  $(b-a) > 20$  then I2 is second in order (between I1 and I4).