

## מבחן בסבוכיות: סמסטר ב', מועד א' 2013.

מרצה: רונן שאלתיאל.

זמן: 2.5 שעות.

חומר עזר: אסור.

כיתבו תשובות ברורות מלאות ומדויקות. אם אתם רוצים להשתמש בטענות שהוכחו בכיתה, נסחו אותן באופן מדויק.

בנוסף כללי של עד 10 נקודות יינתן לעבודות בהירות, מדויקות ומסודרות.

ענו על 2 מתוך 3 השאלות הבאות:

1. (סבוכיות זכרון).

- (10 נקודות) הגדר מהו מוודא לוגריתמי.
- (25 נקודות) הוכח כי לכל שפה ב-NL ישנו מוודא לוגריתמי.
- (25 נקודות) נסתכל בבעיית החישוב הבאה:  
קלט: גרף לא מכוון  $G$ , קדקוד  $v$ , ומספר  $k$ .  
פלט: האם רכיב הקשירות של  $v$  בגרף  $G$  כולל לפחות  $k$  קדקודים.  
הוכח כי בעיה זו ב-NL.

2. (מעגלים בוליאניים).

- (10 נקודות) הגדר מהו מעגל מגודל  $n^{10}$ . מהי משפחת מעגלים בוליאניים מגודל  $n^{10}$ , ומתי שפה  $L$  מחושבת ע"י משפחה כזו.
- (25 נקודות) הוכח כי ישנה שפה ב-EXP שאינה מחושבת ע"י אף משפחת מעגלים בוליאניים מגודל  $n^{10}$ .
- (25 נקודות) נסתכל בבעיית החישוב הבאה:  
קלט: מחרוזת  $y$  שנשמך את אורכה ב- $n$ . ניתן לחשוב על  $y$  גם כפונקציה  $y: \{0,1\}^{\log n} \rightarrow \{0,1\}$  ע"י כך שנשמך  $y(x)=y_x$ .  
פלט: האם  $y$  היא המחרוזת הקטנה ביותר מאורך  $n$  (לפי הסדר הלכסיקוגרפי) שאינה מחושבת ע"י מעגל מגודל  $\sqrt{n} = 2^{\frac{\log n}{2}}$ .  
הוכח כי השפה המוגדרת ע"י בעיה זו אינה ריקה, וכי שפה זו היא ב-coNP.

3. (חישוב הסתברותי).

- (10 נקודות) הגדר את המחלקות RP ו-coRP.
- (25 נקודות) הוכח ישירות מן ההגדרות ש-coRP מוכלת ב- $P^{NP}$ .
- (25 נקודות) נניח כי NP מוכלת ב-BPP. הראה כי קיים אלגוריתם הסתברותי פולינומי, כך שלכל נוסחה ספיקה, כאשר האלגוריתם מקבל קלט את הנוסחה, בהסתברות של לפחות  $2/3$ , הוא מוצא השמה המספקת אותה.

בהצלחה.